Rechnen mit Größen
Teil 3

Flächeneinheiten

auch mit Dezimalkomma

Datei Nummer [illegible]2025

Stand: 9. Februar 2020

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Zunächst ein Hinweis auf meine Schreibweise großer Zahlen.

Damit eine Zahl wie 625760 gut lesbar wird, trennt man die Ziffern entweder

durch Leerstellen wie 625 760

oder durch einen Punkt wie 625.760

und liest dann „Sechshundertfünfundzwanzig Tausend Siebenhundertsechzig“.

Dieser Punkt hat also nicht die Bedeutung eines Dezimalkommas, wie es in vielen Ländern und in Computern und Taschenrechnern üblich ist.

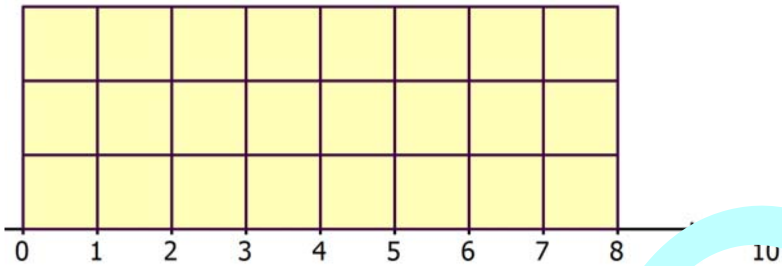
Die Bedeutung eines Dezimalkommas wird im Text 02021 anschaulich ...geführt, ... aber nochmals kompakt wiederholt.

Der Inhalt geht für manche Bundesländer im letzten Abschnitt mög...erweise über die An...derungen der Klasse hin aus. Doch weil dies dort lückenlos anschli...t, habe ... diesen Abschnitt g...hrieben. Mancher ältere Schüler oder Erwachsene wird froh sein ...r.

Inhalt

1. Quadratzentimeter

Wenn du die ***Länge*** eines Gegenstandes misst, heißt das Ergebnis vielleicht 8 cm.
Um dies zu ermitteln legt man ein Lineal, oder einen Meterstab usw. an die betreffende Seite und kann dann ablesen.



Das abgebildete Rechteck hat aber auch noch eine Breite oder Hö Sie beträgt 3 cm.

Dieses Rechteck enthält viele Linien, die das Rechteck ir 4 kleine drate aufteilen.
Erinnerst du dich: Ein Quadrat hat vier gleich lange Seite

Diese Quadrate haben alle die Seitenlänge 1 cm.
Daher heißt man in solches Quadrat n **„Quadrat-Z timet**

Ich habe den Bindestrich nur darum hi chrie dass an dieses Wort richtig ausspricht.
Eigentlich heißt es **Quadr ntimeter.**

Man kürzt es ab mi **n^2.**
Diese kleine hoch tzte 2 he „Quadrat". Seine Bedeutung wird später noch erklärt.

Zurück zu unserem Rechteck. röße dieses chtecks nennt man auch seinen Flächeninhalt.
Damit mein „D Rechte thält solche Quadratzentimeter".
Man sa esser: **„ Fläche t des Rechtecks beträgt 24 cm^2.**

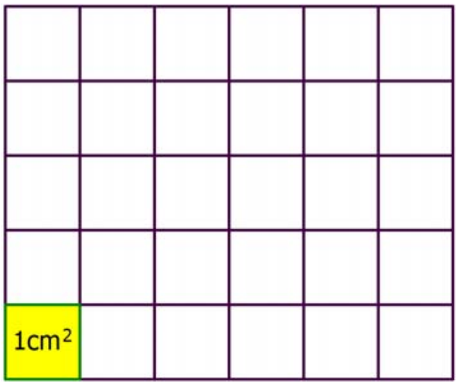
Und d ißt jetzt, was das b utet: Man kann das Rechteck mit 24 kleinen Quadraten füllen, mit eben n Quadrat-Zent tern.

Diese Angabe m^2 ka an durch Abzählen herausfinden. Doch das ist sehr umständlich.
Man kann den Flä t eines Rechtecks auch berechnen. Überlege einmal so:

> Die Länge des Rechtecks ist 8 cm.
> Also befinden sich in jeder Reihe des Rechtecks 8 Quadratzentimeter (Kästchen).
> Weil die Breite (man sagt auch Höhe) des Rechtecks 3 cm beträgt, enthält das Rechteck 3 Reihen mit je 8 Quadratzentimetern.
> Und 3-mal 8 cm^2 sind genau 24 cm^2.
> War das schwer?

Wir schauen uns das nächste Rechteck an.

Es enthält viele Quadratzentimeter.



1 cm² habe ich gelb eingefärbt.
Das ist ein Quadrat mit den Seitenlängen 1 cm.

Nun will ich wissen: Wie groß ist die Fläche dieses Rechtecks?
Oder anders gefragt:

Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks?

Oder anders gefragt:

Wie viele cm² enthält das Rechteck?

Diese drei Fragen bedeuten dasselbe.

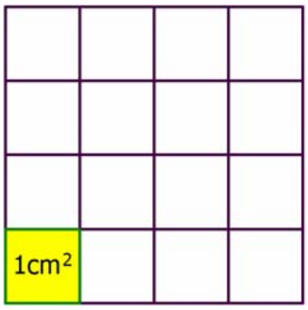
Berechnung des Flächeninhalts:

Wir messen die Länge des Rechtecks: Das Rechteck h… die Länge 6 cm.
Wir wissen jetzt also: In jed… Reihe de… echtecks befinde… ch 6 cm².
Wir messen die Breite des Rechtecks: Das … k hat d… eite 5 cm.
Wir wissen daher: Das Re…te… t 5 Reih… …weils 6 cm².

Also sind das zusammen 5-mal 6 cm²: $5 \cdot 6\ \text{cm}^2$ … 30 c…

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Rech… …t 30 cm².

Jetzt hat unser Rechteck ei… …esondere Form, … alle Seiten sind gleich lang, und zw… cm.
Ein Rechteck mit gleic… …gen Seit… heißt Quadrat.



Wir berechnen den Flächeninh… …s Quadrats:

Läng… … … einer … sind … ².
B… = 4 cm: … Quadra… Reihen mit je 4 cm².
…s ergibt insgesamt 4 … l 4 cm²: $4 \cdot 4\ \text{cm}^2 = 16\ \text{cm}^2$

Ergebnis. …as Quadrat hat … Flächeninhalt 16 cm².

Aufgabe 1:

Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rechtecks

a) mit der Länge 12 cm und der Breite 2 cm?

b) mit den Seiten 1 cm und 8 cm?

c) wenn beide Seiten 10 cm lang sind?

Lösung Aufgabe 1

a) Ein Rechteck mit der Länge 12 cm und der Breite 2 cm
hat 2 Reihen mit jeweils 12 cm^2,
also beträgt der Flächeninhalt $2 \cdot 12\ cm^2 = 24\ cm^2$.

b) Ein Rechteck mit der Länge 1 cm und der Breite 8 cm
hat 1 Reihe mit 8 cm^2,
also beträgt der Flächeninhalt $1 \cdot 8\ cm^2 = 8\ cm^2$.

c) Ein Quadrat mit der Seitenlänge 10 cm
hat 10 Reihen mit je 10 cm^2,
also beträgt der Flächeninhalt $10 \cdot 10\ cm^2 = 100\ cm^2$.

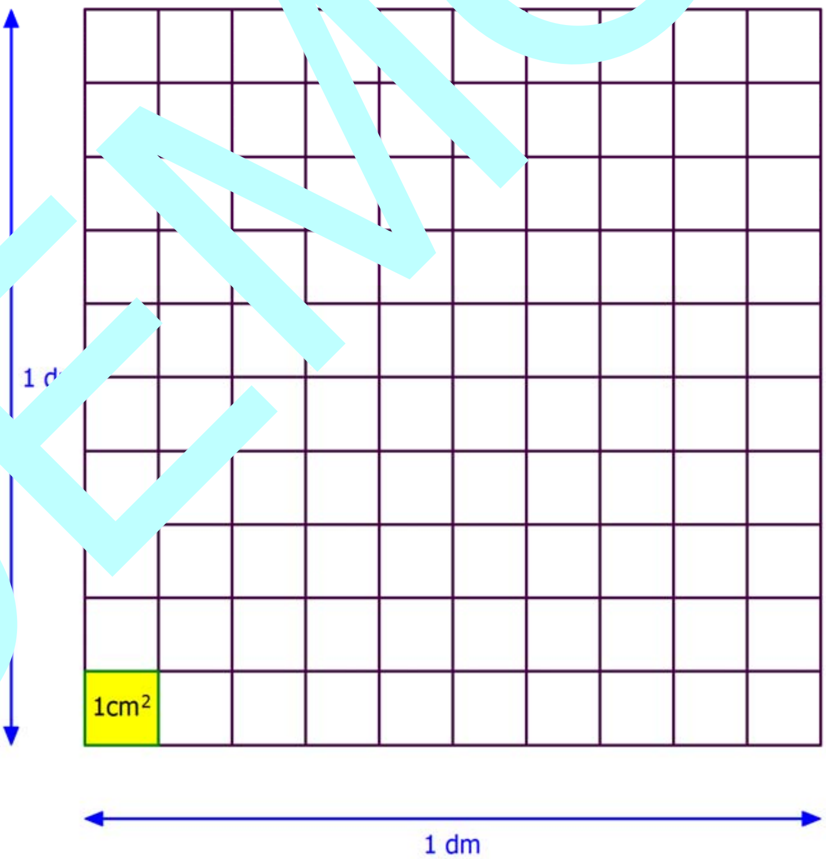
2. Quadratdezimeter und mehr

Das große Quadrat rechts hat den Flächeninhalt 100 cm^2, denn es hat die Länge und die Breite 10 cm. Die Berechnung steht oben in der Lösung c).

Damit bei großen Flächen nicht allzu große Zahlen entstehen, hat man weitere Maßeinheiten für Flächeninhalte eingeführt.

Es wurde vereinbart, dass ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 dm den Inhalt **1 dm^2** hat.

Das ist also das große rechts abgebildete Quadrat.



Und wir kennen auch schon die Umrechnung:

$$\boxed{1\ dm^2 = 100\ cm^2}$$

Aufgabe 2:

Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rechtecks
a) mit der Länge 2 dm und der Breite 5 dm?
b) mit den Seiten 10 cm und 3 dm?
c) wenn beide Seiten 4 dm lang sind?

Lösung Aufgabe 2:

a) Ein Rechteck mit der Länge 2 dm und der Breite 5 dm

hat 5 Reihen mit je 2 dm^2, also $5-\text{mal }2\text{ dm}^2 = 10\text{ dm}^2$

b) Eine Rechteck mit den Seiten 10 cm = 1 dm und 3 dm?

Hat eine Reihe mit 3 dm^3 und somit der Flächeninhalt 3 dm^2

c) Ein Rechteck mit den Seiten 4 dm ist ein Quadrat.

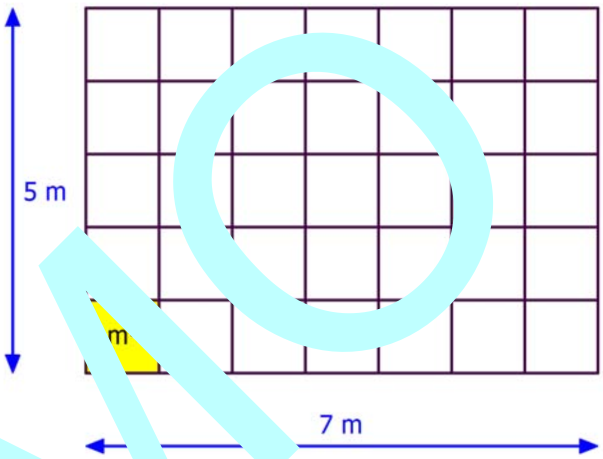
Es hat 4 Reihen mit je 4 dm^2, also 16 dm^2.

Ich habe mein Wohnzimmer vermessen.

Es ist 7 m lang und 5 m breit.

Ich kann seine Fläche im m^2 (Quadratmeter) einteilen.

Wie die Abbildung zeigt, erhält man 5 Reihen mit jeweils 7 m^2, also 5-mal 7 m^2 = 35 m^2.



Umrechnungen

Ich kann das kleine Quadrat (1 m^2) aber auch in dm ausmessen, dann hat es die Seitenlänge 10 dm.

Und damit erhält man 10 Reihen mit jeweils 10 dm^2, also 100 dm^2.

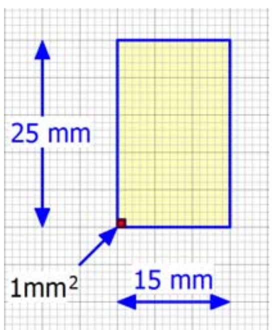
Oder ich verwende cm und erhalte für das gelbe Quadrat (1 m^2) die Seitenlänge 100 cm und somit 100 Reihen mit jeweils dem Flächeninhalt 100 cm^2, also $100-\text{mal }100\text{ cm}^2 = 10000\text{ cm}^2$

Ergebnis: $\boxed{1\text{ m}^2 = 100\text{ dm}^2 = 10.000\text{ cm}^2}$

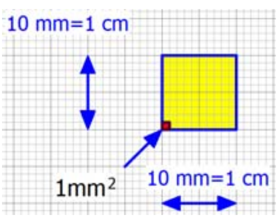
Es gibt natürlich noch größere und kleinere Maßeinheiten für den Flächeninhalt.

Wenn wir eine **Briefmarke** ausmessen, bietet es sich an, Länge und Breite in mm anzugeben:

Beispiel: Länge 25 mm, Breite 15 mm. Die Abbildung zeigt ein gelb gefärbtes Rechteck in den Maßen dieser Briefmarke mit einem Raster aus Mini-Quadraten der Größe 1 mm^2.



Das Marken-Rechteck enthält 25 Reihen zu je 15 solchen mm^2 (Quadrat-Millimetern). Es hat daher den Flächeninhalt: $25 \cdot 15\text{ mm}^2 = 375\text{ mm}^2$.



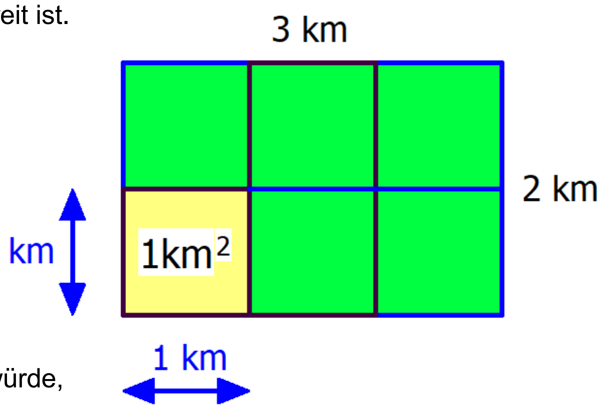
Hier erkennt man diese Umrechnung:

$\boxed{1\text{ cm}^2 = 100\text{ mm}^2}$

Eine Fläche der Größe 12 cm^2 hat also $12 \cdot 100\text{ mm}^2 = 1200\text{ mm}^2$.

Wenn man ein großes Waldgebiet vermessen soll, benötigt man vielleicht Längenangaben in km.

Wir denken uns einen Wald, der 3 km lang und 2 km breit ist.



Dafür verwendet man günstigerweise die Maßeinheit Quadrat-Kilometer, geschrieben: km^2.

Das Waldrechteck enthält daher 2 Reihen mit je 3 km^2, also ist der

Flächeninhalt $2 \cdot 3\ km^2 = 6\ km^2$.

Nun schauen wir uns an, wie das Ergebnis aussehen würde, wenn man das Waldstück in Metern misst.
Dann hat es die Länge 3000 m und die Breite 2000 m.
Die Flächeneinheit wären dann Quadrate vom Inhalt m^2 (Quadratme...).
Das Waldrechteck hätte dann 2000 Reihe mit je 3000 m^2.
Das ergibt einen

Flächeninhalt von $2000 \cdot 3000\ m^2 = 6.000.000\ m^2$ ... Millione...

Also sind $6\ km^2 = 6.000.000\ m^2$

So große Zahlen sind ungünstig. Man erkennt also, dass es ...chtig ... eine geeignete Maßeinheit zu verwenden. Nun schauen wir uns an, w... Maßeinheiten ...ir bis... ...ennengelernt haben:

$$km^2 \xleftrightarrow{1.000.000} m^2 \xleftrightarrow{100} dm^2 \xleftrightarrow{100} cm^2 \xleftrightarrow{100} mm^2$$

Die Zahlen an den Pfeilen sind d... ...mrechnungs... ...en.
Also z. B. 1 m^2 = 100 dm^2, ... m^2 = 100 cm^2 usw.

Beispiel:

Der Deut... ...ußball-Ve... ...d (DFB) ha... ...tgelegt, wie groß ein Fußballplatz sein darf.

La... ...-B-Richtlini... ...rf ein F... ...u **mindestens 90 Meter lang und 45 Meter breit** sein. ... **Maximalmaße lie... bei 120 ...eter auf 90 Meter**.

W... ...rechnen, wie viele ... ^{2} das Spielfeld dann haben kann.

Dazu st... wir uns ..., dass wir ein Gitter über den Sportplatz legen, das aus lauter Quadrat-Me... ...eht, also aus Quadraten mit der Seitenlänge 1 m.

Im kleinsten Fall hat dieses Gitter hat dann 45 Reihen mit je 90 Quadraten.

Dies ergibt $45 \cdot 90\ m^2 = 4050\ m^2$.

Im größten Fall hat dieses Gitter 90 Reihen mit jeweils 120 Quadraten.

Dies ergibt $90 \cdot 120\ m^2 = 10.800\ m^2$

Ergebnis: Ein Fußballfeld hat also mindestens 4.050 m^2 aber höchstens 10.800 m^2.

In der Darstellung

$$\text{km}^2 \xleftrightarrow{\;1.000.000\;} \text{m}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{dm}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{cm}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{mm}^2$$

fällt auf, dass dreimal die Umrechnungszahl 100 ist, aber zwischen km^2 und m^2 ist es 1 Million.
Daher hat man zwei weitere Maßeinheiten für Flächeninhalte eingefügt. Das sieht dann so aus:

$$\text{km}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{ha} \xleftrightarrow{\;100\;} \text{a} \xleftrightarrow{\;100\;} \text{m}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{dm}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{cm}^2 \xleftrightarrow{\;100\;} \text{mm}^2$$

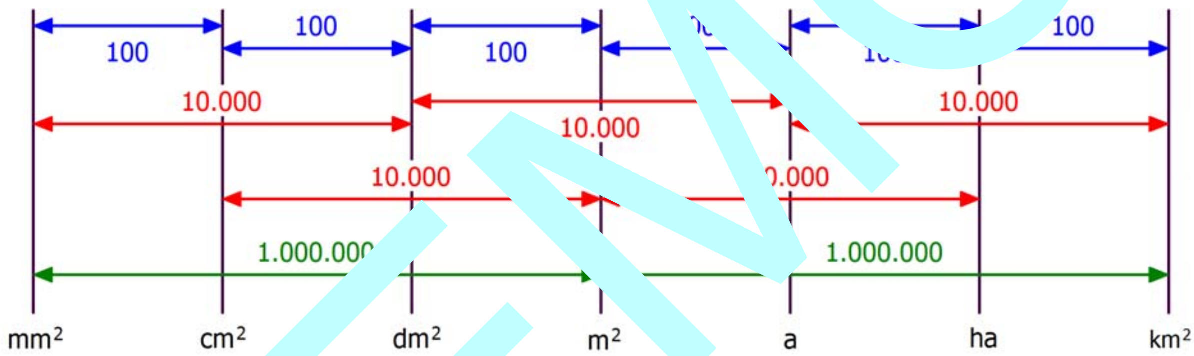
Die neuen Maßeinheiten heißen **Ar** (abgekürzt mit a) und **Hektar** (abgekürzt mit ha).
Und wir entnehmen der Darstellung wie man sie verwendet:

$100\ \text{m}^2 = 1\ \text{a}$

$100\ \text{a} = 1\ \text{ha}$

$100\ \text{ha} = 1\ \text{km}^2$

Die Umrechnung von einer Einheit zur übernächsten geschieht daher stets mit dem Faktor 10.000:
Hier eine Übersicht über die nunmehr 7 Flächeneinheiten:



Ich erinnere daran, was die Flächeneinheiten bedeuten: Man kann sich immer vorstellen, dass eine Flächeneinheit zu einem Quadrat gehört.

1 cm^2 ist der Inhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 1 cm.

1 m^2 ist der Inhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 1 m.

Bei den beiden neuen Einheiten ist das etwas anders:

1 a ist der Inhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 10 m.
(Man hat einmal dazu eine passende Längeneinheit eingeführt: 1 Dekameter = 1 dam)

1 ha ist der Inhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge 100 m.
(Man hat einmal dazu eine passende Längeneinheit eingeführt: 1 Hektometer = 1 hm)

Für Neugierige:

Dekameter und Hektometer werden nur theoretisch verwendet, in der Praxis begegnet man ihnen nicht. Es gilt dann übrigens: 1 dam = 10 m, 1 hm = 10 dam = 100 m, 1 km = 10 hm = 100 dam.
Ferner ist dann 1 a = 100 dam^2 und 1 ha = 100 hm^2 usw.

Aufgabe: In die Übersicht mit den Pfeilen und den Umrechnungszahlen könnte man noch zwei weitere Pfeile mit der Umrechnungszahl 1.000.000 eintragen. Wo müssten sie stehen? Welche Umrechnungszahl müsste zu einem Pfeil zwischen cm^2 und ha gehören? (Man braucht dies in Wirklichkeit nicht….)

Du kannst dir auch noch diese Tabelle ansehen.

Quadratseite	Flächeneinheit	Umrechnung
1 mm	$1\ mm^2$	$1\ mm \cdot 1 \cdot mm$
1 cm = 10 mm	$1\ cm^2$	$1\ cm^2 = 10\ mm \cdot 10\ mm \cdot = 100\ mm^2$
1 dm = 10 cm	$1\ dm^2$	$1\ dm^2 = 10\ cm \cdot 10\ cm \cdot = 100\ cm^2$
1 m = 10 dm	$1\ m^2$	$1\ m^2 = 10\ dm \cdot 10\ dm \cdot = 100\ dm^2$
10 m	1 a (Ar)	$1\ a = 10\ m \cdot 10\ m \cdot = 100\ m^2$
100 m	1 ha (Hektar)	$1\ ha = 100\ m \cdot 100\ m \cdot = 100\ a$
1 km = 1000 m	$1\ km^2$	$1\ km^2 = 1\,000\ m \cdot 1000\ m = 100\ ha$ $= 10.000\ a = 1.000.000\ m^2$

Aufgaben

Rechne in die in Klammern stehende Einheit um:

a) $400\ cm^2$ (dm^2)

b) … m^2 (a)

c) 4 ha (m^2)

d) 24 m^2 (…)

e) 17 cm^2 (…)

f) 8250… (dm^2)

g) 5 km^2 (ha)

h) … m^2 (m^2)

i) … 50 … (cm^2)

j) 450.000 m^2 (ha)